

Das Smith-Chart - Eine Einführung ohne viel Mathematik

Wer im Internet nach einer Erklärung des Smith-Chart sucht, findet etliche Beiträge, die aber meist bei Adam-und-Eva anfangen und viel mathematisches Verständnis erfordern. Das ist aber für die praktische Anwendung im Amateurfunk nur zu einem geringen Teil nötig, wenn man die Grundsätze verstanden hat und ein Programm mit grafischer Darstellung benutzt.

Mein Favorit ist immer noch ein einfaches Tool, das ich mir etwa 2003 als kostenlose Demoversion zugelegt habe und das auf meinem Arbeitspferd unter ‚Windows 2000 Professional‘ läuft. Es ist im Netz nicht mehr verfügbar, darf aber weiter gegeben werden. Daher werde ich es auf meiner Homepage einstellen.

Was ist das Smith-Chart?

Das Smith-Chart stellt die Gesamtheit aller möglichen Impedanzen in der komplexen Zahlenebene mit Realteilen von $x = 0 \Omega$ bis unendlich und Imaginärteilen von $-$ unendlich bis $+$ unendlich in einem Kreis dar. Genau genommen werden alle Impedanzen vorher durch den Bezugswiderstand - im Amateurfunk durchweg 50Ω - dividiert, so dass der Wert $50+j0$ als $1+j0$ im Mittelpunkt des Kreises zu liegen kommt. Und der Radius des Kreises ist ebenfalls gleich 1. Auf dem waagerechten Durchmesser liegt am linken Rand der Wert 0Ω und der rechte Rand entspricht dem Wert unendlich. Oberhalb des Durchmessers liegen alle komplexen Impedanzen mit induktivem Anteil und unterhalb die mit kapazitivem Anteil.

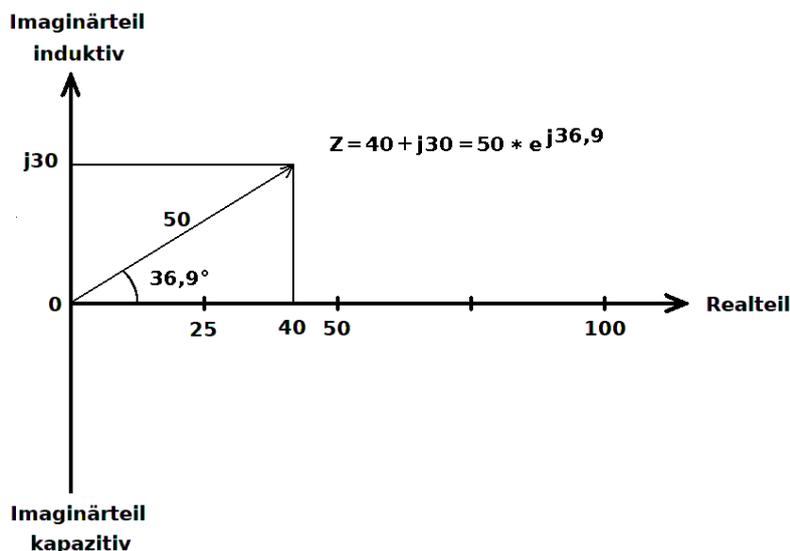
Außerdem stellt der Abstand einer beliebigen komplexen Impedanz - wie beispielsweise die Impedanz einer Antenne - vom Kreismittelpunkt aus gemessen - unmittelbar den Betrag r des komplexen Reflexionsfaktors dar, was ausgesprochen praktisch ist. Und aus $|r|$ - im Weiteren der Einfachheit halber mit r bezeichnet - lässt sich ganz einfach das SWR dieser Antenne bestimmen, denn es gilt

$$\text{SWR} = (1+r)/(1-r)$$

Wer mit komplexen Zahlen rechnen kann, kann das natürlich auch mit den entsprechenden Formeln ausrechnen! Aber einfacher ist es mit dem Smith-Chart allemal.

In der Praxis wird ein "entnormiertes" Smith-Chart bevorzugt, weil man sich damit nicht nur Rechenarbeit bei der Normierung und Entnormierung erspart, sondern die Ergebnisse direkt in Ohm ablesen kann. Außer den Hilfskreisen mit konstantem Realteil und Imaginärteil sind meist auch Hilfskreise mit konstantem Real- und Imaginärteil des Leitwertes eingezeichnet. Da sich bei der Entnormierung nur die Beschriftung an den Kreisen ändert, bleibt das Ablesen des Reflexionsfaktors von dieser Entnormierung unberührt.

Darstellung von drei Impedanzen in beiden „Welten“



Die drei ausgewählten Impedanzen von:
1.) 25Ω (niederohmig und rein reell), und
2.) $40 + j30$ (komplex mit einem Betrag von 50Ω und einem Phasenwinkel von $36,9^\circ$) sowie
3.) 100Ω (hochohmig und reell) haben eines gemeinsam: sie haben alle den gleichen **Reflexionsfaktor** oder das gleiche SWR.

Bild 1: Ausgewählte Impedanzen im rechteckigen Widerstandsdiagramm

Im normalen x-y-Diagramm ist dieser Zusammenhang nicht erkennbar. Dafür ist der Winkel zwischen Imaginär- und Realteil $\varphi = \arctan(30/40)$ direkt mit dem Winkelmesser ablesbar.

Aber wozu braucht man den Winkel überhaupt? Antwort: bei der **Parallelschaltung** eines weiteren Widerstandes, egal ob rein reell, rein imaginär oder komplex, werden **Leitwerte** addiert, während bei der Serienschaltung die **Widerstände** addiert werden. Die Umrechnung geht zwar auch ohne den Winkel, aber mit ihm ist es einfacher.

Das ist eine weitere Stärke des Smith-Charts, denn es zeigt sowohl die Widerstände als auch die entsprechenden Leitwerte an und beide Operationen sind darin gleichermaßen einfach ausführbar. Das zeige ich aber noch live mit meinem Programm, nachdem wir die Lage unserer drei Impedanzen im Smith-Chart genau analysiert haben.

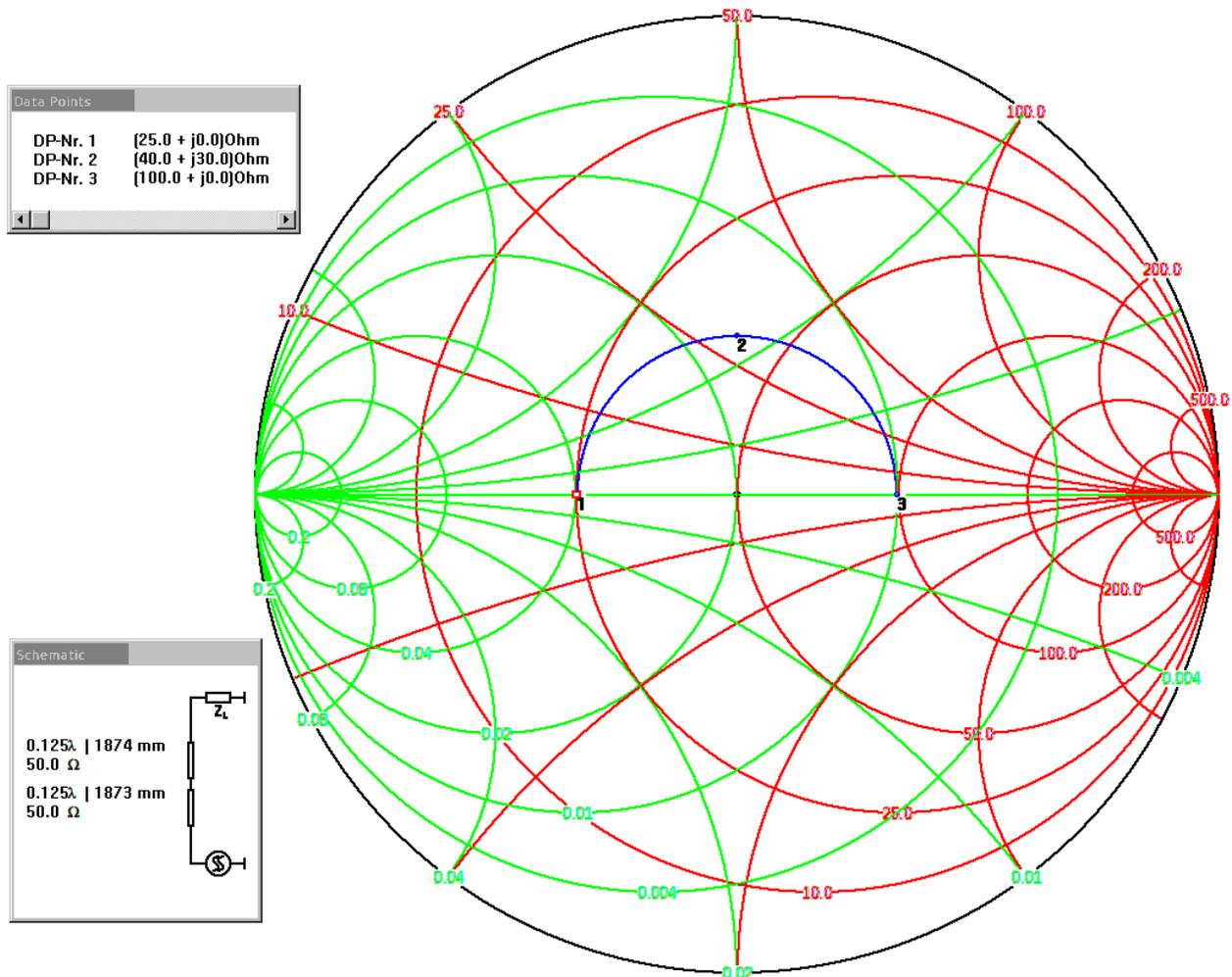


Bild 2: Die Lage der drei Impedanzen im Smith-Chart und wie sie durch Transformation mit einem 50- Ω -Kabel ineinander überführt werden können.

Die **roten Kreise** enthalten alle **Impedanzen** mit den angegebenen **Realteilen**: v.l.n.r.: 10 Ω , 25 Ω , 50 Ω , 100 Ω , 200 Ω und 500 Ω . Die **roten Kreissegmente**, die alle im Punkt unendlich ganz rechts auf der reellen Mittelachse „entspringen“ enthalten alle Impedanzen, die einen **Imaginärteil** mit den eben genannten Werten aufweisen. Dabei ist das Vorzeichen oberhalb der reellen Achse positiv (induktiv) und unterhalb negativ (kapazitiv). Um Verwirrungen zum vermeiden, sind die Kurven nur oberhalb dieser Achse am Kreisrand beschriftet.

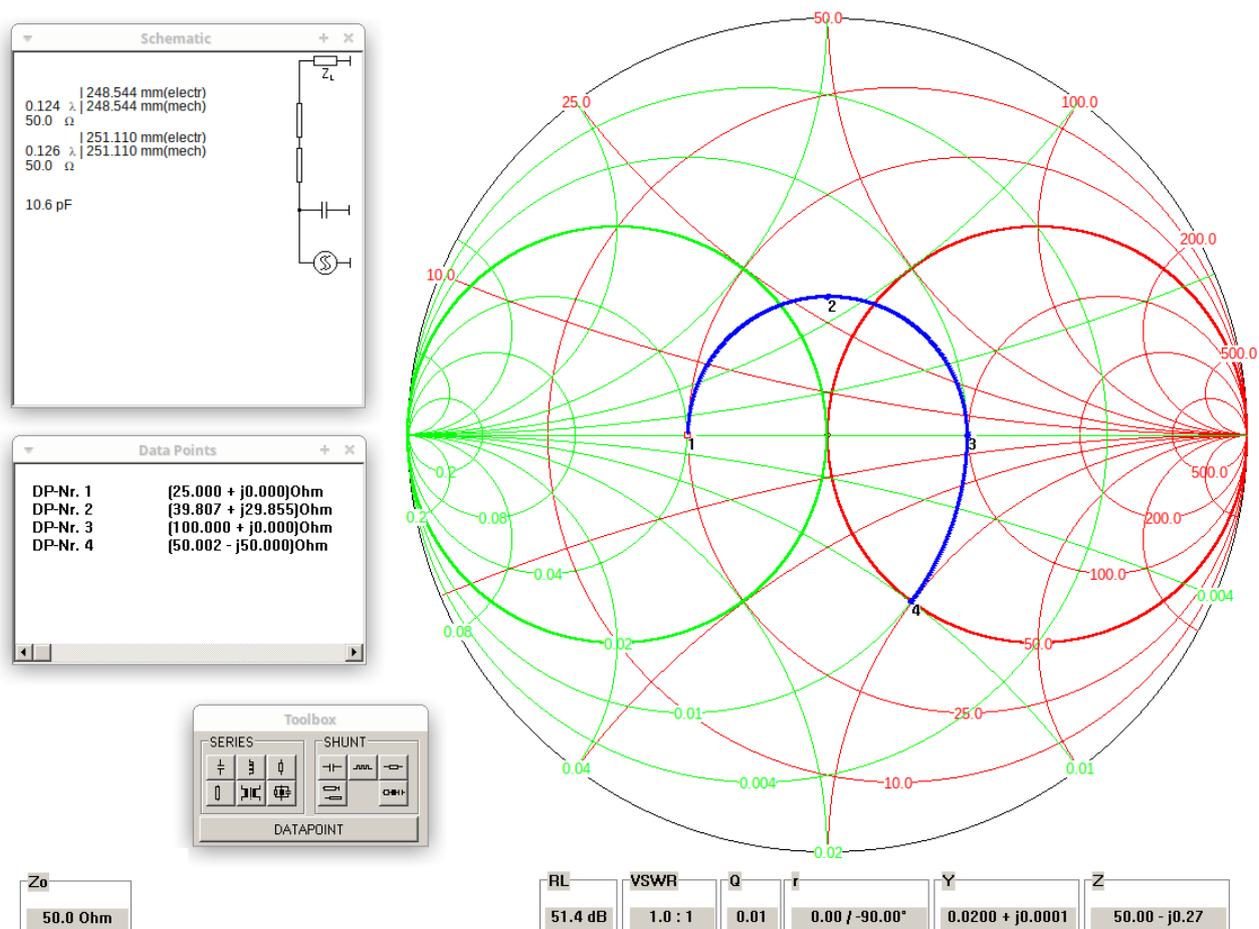
Ähnlich ist es mit den **grünen Kreisen**: sie repräsentieren **Admittanzen** mit konstantem **Realteil** während die grünen **Kreissegmente** alle Admittanzen mit gleichen **Blindleitwerten** enthalten: positiv unterhalb der reellen Achse (mit Beschriftung) und negativ oberhalb.

Der blaue Verbindungskreis der 3 Beispielimpedanzen ist sowohl die Ortskurve der Leitungstransformation als auch die Ortskurve aller Impedanzen mit $SWR = 2$ bzw. dem Reflexionsfaktor $1/3$

Die größte Stärke ist aber die grafische Lösung von Anpassungsaufgaben.

Beseitigung von Anpassfehlern mit Leitungen, Induktivitäten und Kapazitäten

Hierzu bauen wir online das in **Bild 3** gezeigte Chart auf:



Wer sich jetzt wundert, dass $0,125\lambda$ jetzt 250 mm sind und nicht mehr 1873 mm wie im Bild 2 : Ich habe hier 150 MHz statt oben 20 MHz genommen. Aber sonst ist alles gleich.

In Bild 4 sehen wir beispielhaft, auf welchen Bahnen sich eine Impedanz durch Serien- oder Parallelschaltung einer Spule oder eines Kondensators verändert. Aus solchen Teilschritten ist jede Anpassung einer Impedanz auf beispielsweise 50 Ω zusammengesetzt.

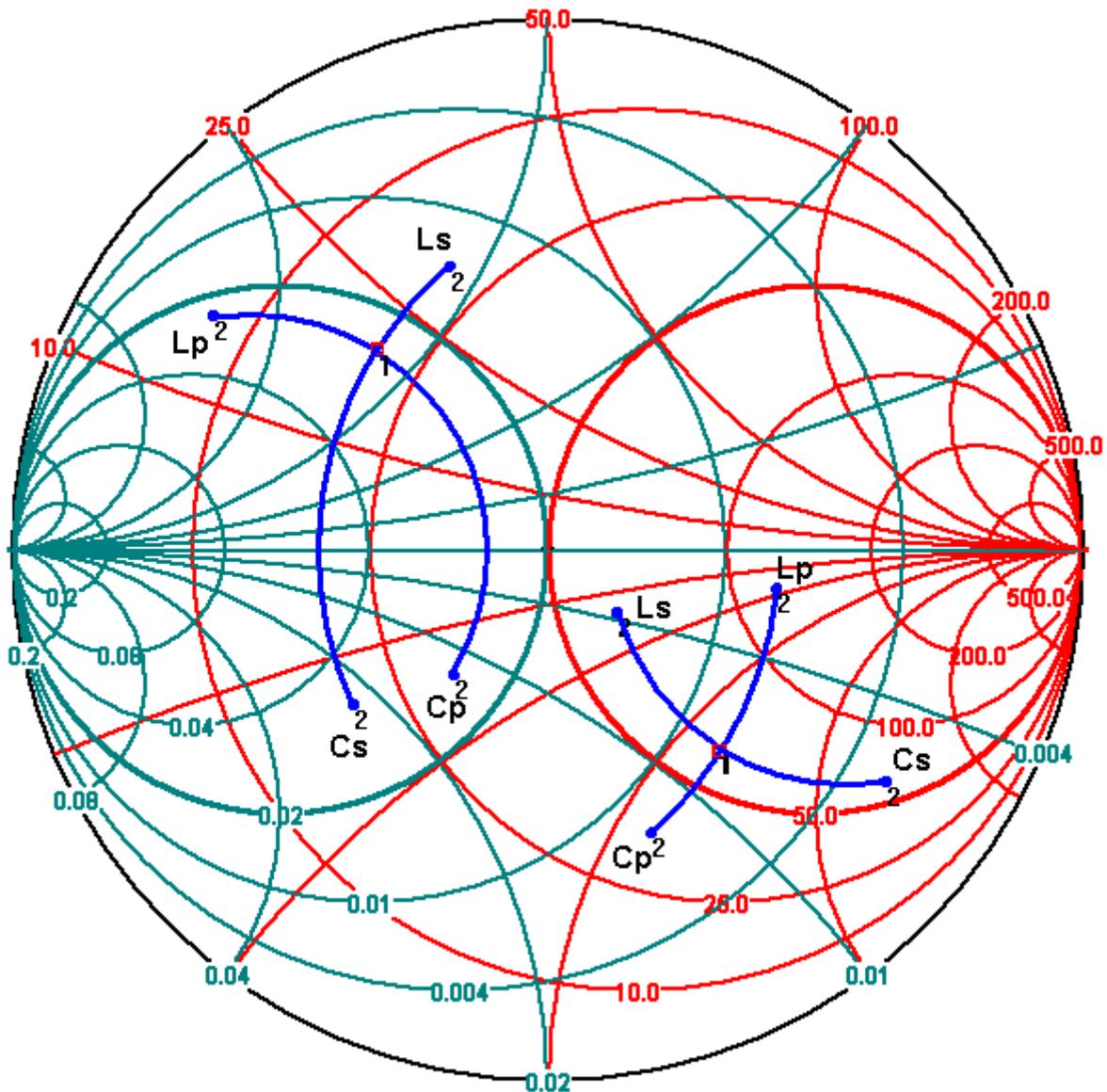


Bild 4: Änderung einer komplexen Impedanz bei der Serien- oder Parallelschaltung von Induktivitäten oder Kapazitäten

Zur **Anpassung** kann man **nicht nur Induktivitäten** und **Kapazitäten** einsetzen, sondern **auch Leitungen**. Ein schönes Beispiel ist das Problem der Parallelschaltung von Antennen zu Gruppen oder die wahlweise Verwendung eines Rundstrahlers und eines Beams oder auch von zwei verschiedenen ausgerichteten Beams bei einem VHF-Contest des OV C01 im Jahr 2021.

Üblicherweise wird bei der Parallelschaltung jede Antenne zuerst von 50 auf 100 Ω transformiert, was dann parallel geschaltet 50 Ohm ergibt. OM Waldheini nimmt dazu ein Kabel von 75 Ω mit der Länge λ/4 und erhält statt 100 Ω genau genommen

$$Z_2 = Z_k * Z_k / Z_1 = 75 * 75 / 50 = 125 \Omega$$

und er nimmt dabei in Kauf, dass der trx jetzt statt 50 Ω genau 62,5 Ω angeboten bekommt. Das entspricht einem Reflexionsfaktor von

$$r = (62,5-50) / (62,5+50) = 12,5 / 112,5 = 1/9 = 0,1111$$

oder einem SWR von

$$SWR = (1+0,1111) / (1-0,1111) = 1,25$$

Naja, kann man durchgehen lassen. Aber nicht beim Clubmeister C01. Da hatten DF2FQ und DH2MIC für das obige Contestproblem mit zwei Antennen zwei sehr unterschiedliche und ausgesprochen elegante Ideen.

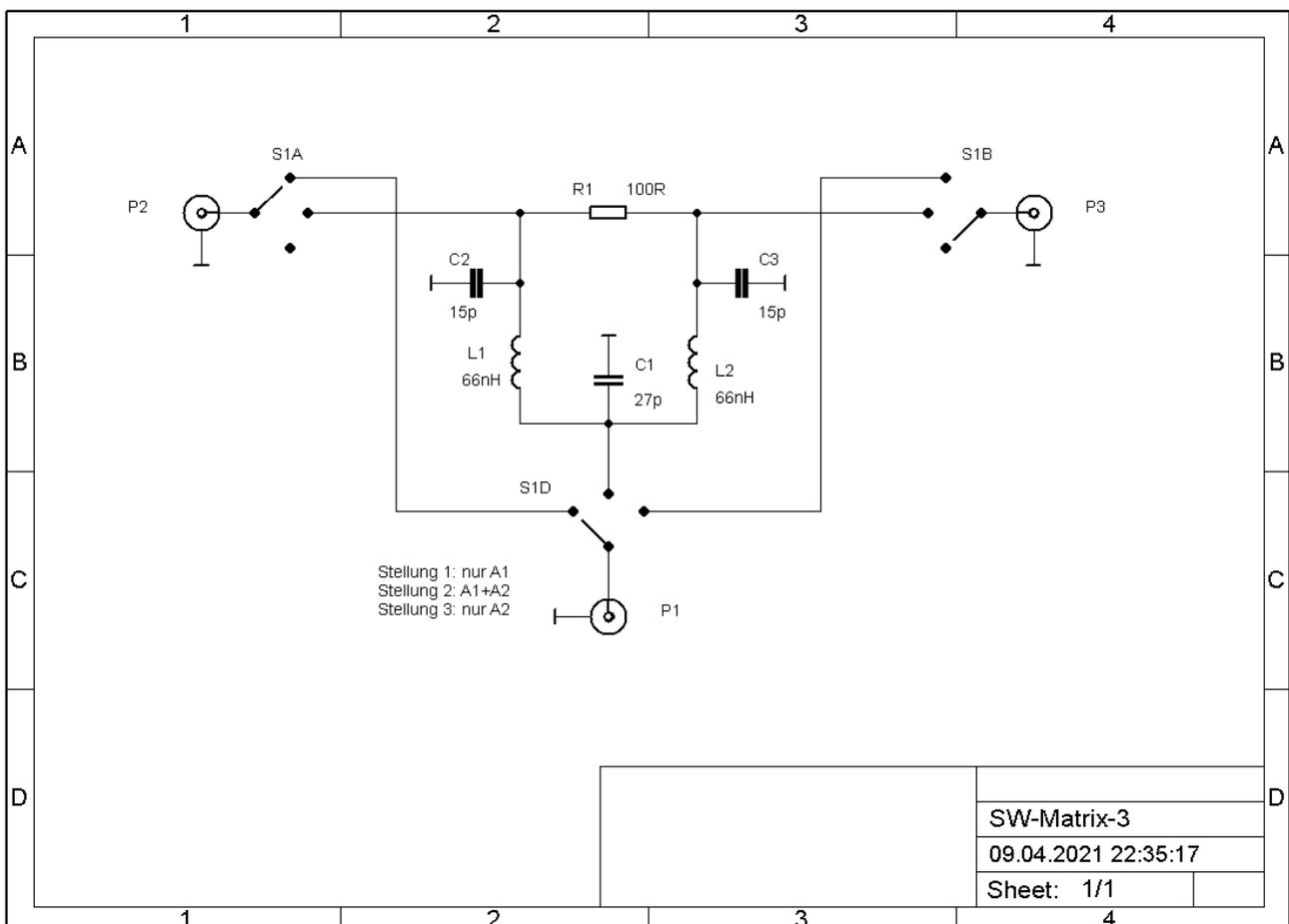


Bild 5: Lösung mit **Wilkinson-Koppler** aus 70,7-Ω-Kabel – hier realisiert als PI-Glied aus konzentrieren Elementen, weil es ein Kabel mit diesem Wellenwiderstand nicht gibt. Weiterer Vorteil dieser Lösung: bei Ausfall einer Antenne bleibt die Anpassung erhalten!

Zur Berechnung darf man annehmen, dass der 100-Ohm-Widerstand an beiden Enden die gleiche Spannung hat, so dass nur ein Netzwerk allein betrachtet werden muss:

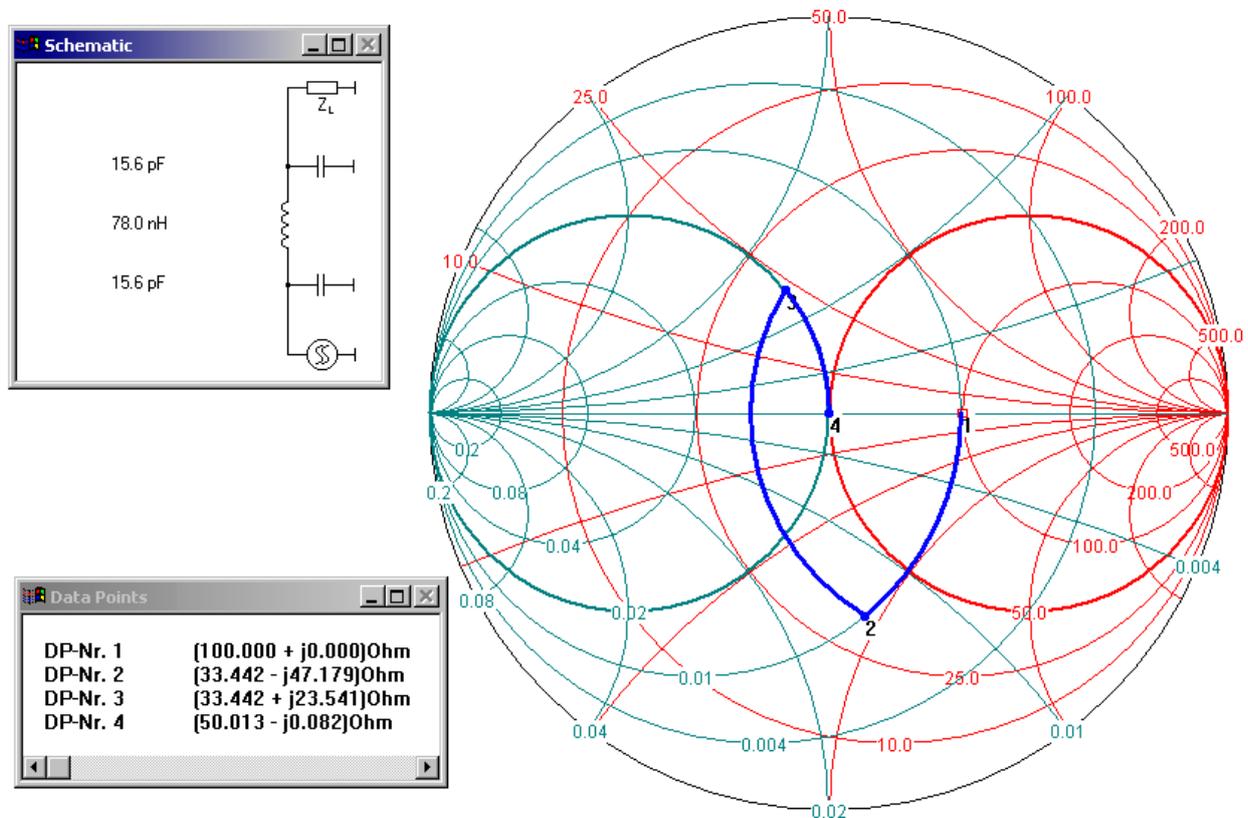


Bild 6: Eine symmetrischer Tiefpass transformiert von 100 auf 50 Ohm und umgekehrt. (Bauteile etwas anders als im Stromlaufentwurf).

Es gibt aber auch noch eine ähnliche Lösung, bei der zwei Kondensatoren eingespart werden können, was wir uns im Praxisteil näher ansehen werden.

Die Lösung von DH2MIC setzt nur 50-Ohm-Kabel zur Transformation ein und spart sich die Spulen und Cs, die ja auch noch genau abgeglichen werden müssen, was bei den Kabelstückchen deutlich einfacher geht. Sie wird in der Literatur als Stub-Transformator bezeichnet.

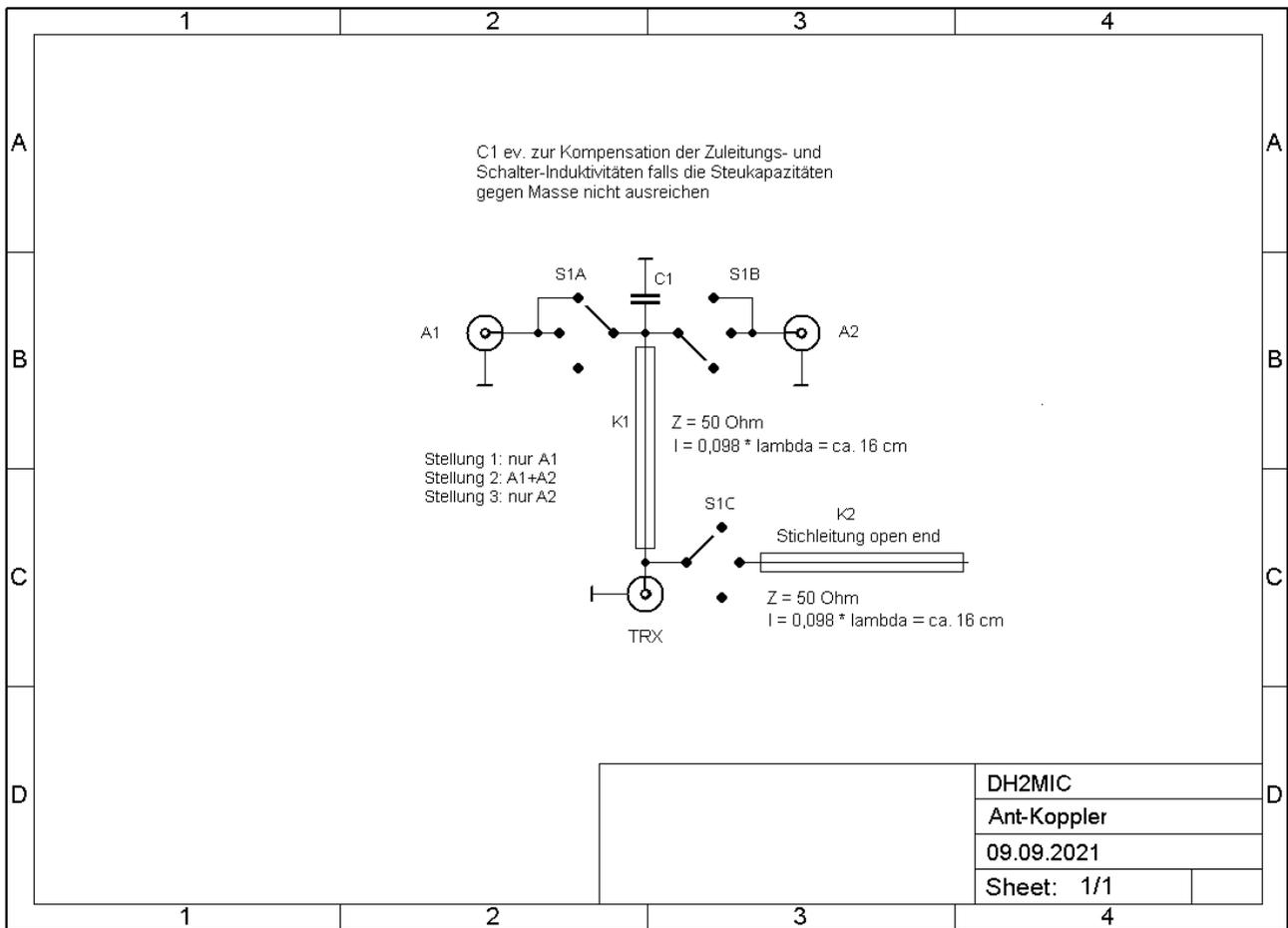
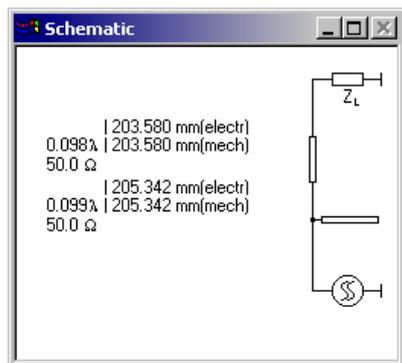
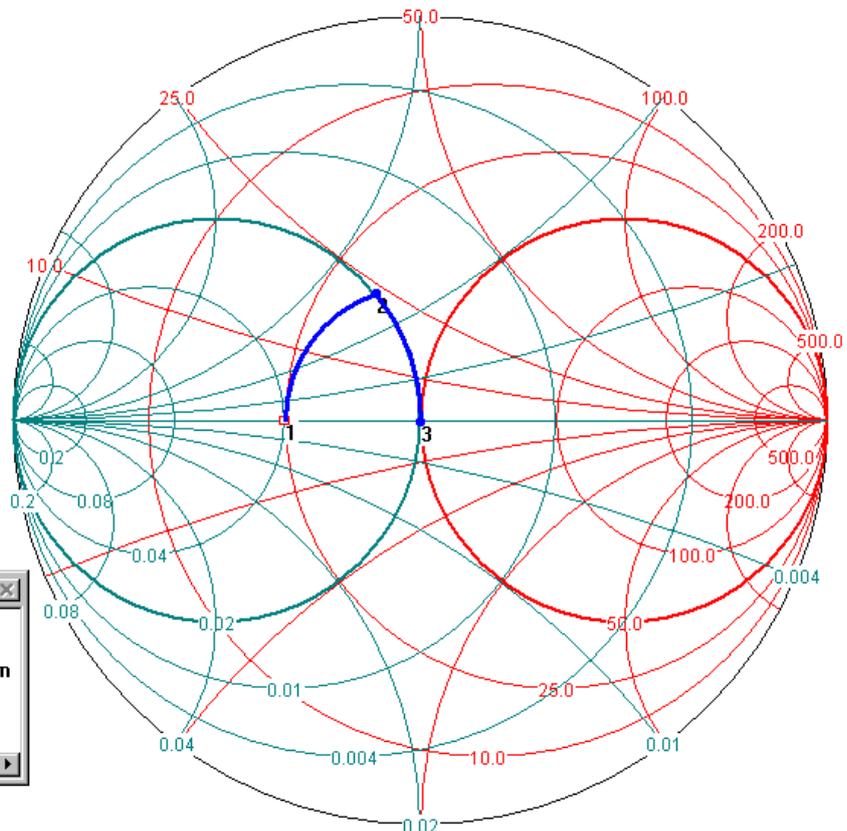


Bild 7 und 8: Antennenkoppler aus 50-Ohm-Kablen mit einer am Ende offenen Stichleitung. **Unten** im Smith-Chart mit Verkürzungsfaktor 1,0



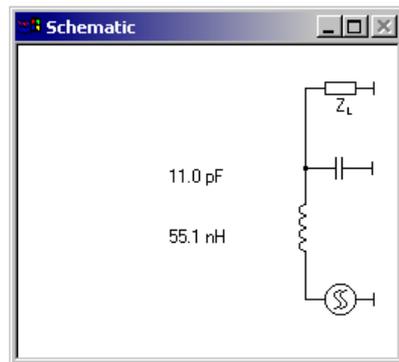
Data Points

DP-Nr. 1	[25.000 + j0.000]Ohm
DP-Nr. 2	[33.340 + j23.578]Ohm
DP-Nr. 3	[50.011 - j0.422]Ohm

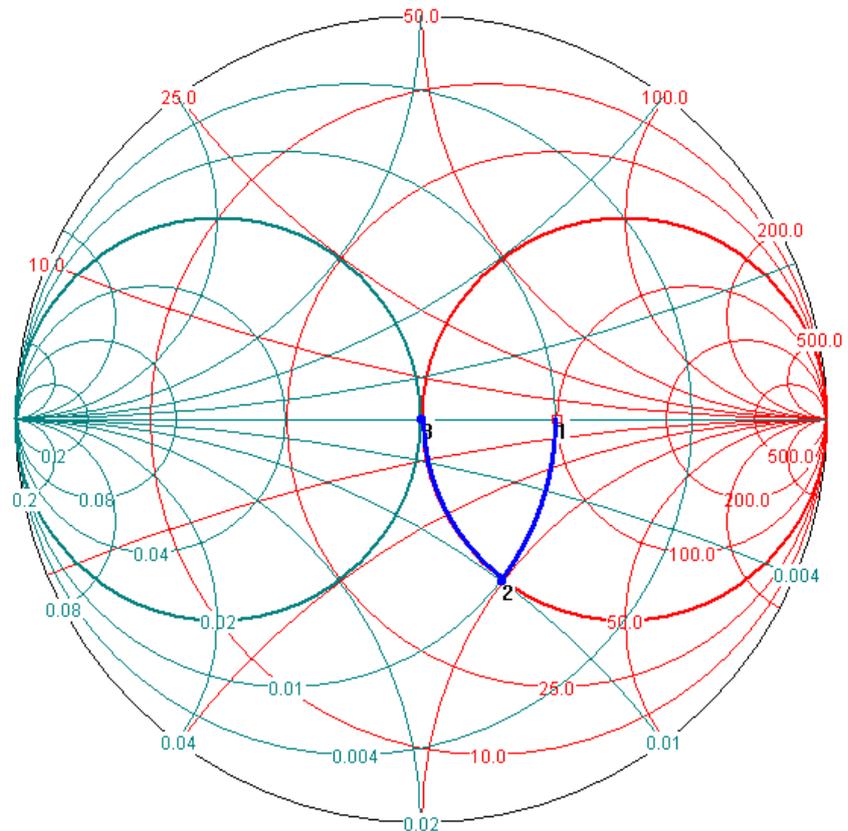


Die Dimensionierung dieses Kopplers gelingt am Einfachsten mit dem Smith-Chart und überraschenderweise sind beide ins Umschaltkästchen eingebauten Kabelstücke genau gleich lang. Die tatsächlichen Längen hängen vom Dielektrikum des gewählten Kabels ab. Im Stromlauf ist $V_k = 1,25$ und im Smith-Chart gleich 1.

Zum Schluss noch die Transformationschaltung, die nur aus zwei Bauteilen besteht und durch ihren kurzen Transformationsweg besticht.



DP-Nr.	Impedance
DP-Nr. 1	$(100.000 + j0.000)\text{Ohm}$
DP-Nr. 2	$(50.002 - j50.000)\text{Ohm}$
DP-Nr. 3	$(50.002 - j0.005)\text{Ohm}$



Damit wünsche ich Euch $v_y 55$ bei Euren Experimenten!

Ende